

德明技術學院九十六學年度服務業經營管理研究所碩士班招生考試
統計學試題

請填准考證號碼

--	--	--	--	--	--	--	--

注意事項：

1. 本試題單面印製，請注意總頁數，交卷時必須將答案紙與整份試題一起交回。
2. 考試時間為 80 分鐘，滿分為 100 分。
3. 共三大題：第一大題共三十二分；第二大題共二十八分；第三大題共四十分，詳細配分於各小題之後。

一、假定一個袋子中所有的球除顏色外，其餘都是一模一樣的，且知袋中有 20 個紅色球、30 個黃色球及 50 個藍色球。請回答以下各問題：(共三十二分)

(一) 令 $X=1$ 表示紅色球， $X=0$ 表示非紅色球，則

- (1) 求 X 的機率分配 (probability distribution) $\Pr(X)$ 。(2 分)
- (2) 求 X 的期望值 (expectation value) $E(X)$ 。(註：要寫計算過程)(2 分)
- (3) 求 X 的變異數 (variance) $V(X)$ 。(註：要寫計算過程)(3 分)
- (4) 袋子中紅色球的比例 (proportion) p 等於多少？並將 $E(X)$ 和 $V(X)$ 用 p 表示。(3 分)

(二) 以抽出放回 (with replacement) 方式從袋子中一次抽一球，總共抽了 n 個球，令 X_i 表示第 i 次抽出的球是紅球的個數(number)，其中 $i=1, 2, \dots, n$ ，則

- (1) $X_i, i=1, 2, \dots, n$ ，彼此是否相互獨立 (independent)？為什麼？(3 分)
- (2) 令 $Y=X_1+X_2+\dots+X_n$ ，求 Y 的期望值 $E(Y)$ 及變異數 $V(Y)$ 。(提示：可運用題(一)-(4)的結果；要寫計算過程)(5 分)
- (3) 寫出抽出 n 個球中紅球的比例 P 與 Y 的關係式。(1 分)
- (4) 運用 P 與 Y 的關係式，求 P 的期望值 $E(P)$ 及 P 的變異數 $V(P)$ 。(註：用 p 表示並要寫計算過程)(5 分)

(三) 試述中央極限定理 (central limit theory)。(5 分)

(四) 依據前面問題的答案，說明要如何運用中央極限定理獲得「將 P 標準化(standardize)後的抽樣分配？」(3 分)

二、欲知 A 基金投入股票市場後，是否會使各類股票的平均股價上漲。隨機搜集了 8 種股票的股價資料如<表 1>，試回答以下各問題：(共二十八分)

(一) 假定 A 基金投入股票市場前後股價差為常態分配。在顯著水準 (significance level) 0.05 之下，執行 Excel 的「t 檢定：成對母體平均數差異檢定」之結果如<表 2>所示：

- (1) 建立虛無假設 (null hypothesis) H_0 與對立假設 (alternative hypothesis) H_1 。(2 分)
- (2) 運用<表 2>的 Excel 輸出結果寫出檢定題(1)之拒絕域 (critical region)。(2 分)
- (3) 寫出<表 2>的 Excel 輸出結果「t 統計」之計算式。(3 分)
- (4) 以<表 2>的「t 統計」作結論。(2 分)
- (5) 寫出此檢定的 p -值 (p -value) 之計算式及<表 2>所對應的值，並以 p -值法作結論。(5 分)
- (6) 請說明<表 2>的 Excel 輸出結果中「自由度」的意義及為什麼會等於 7。(3 分)

(二) 若無投入前的資料，只知 A 基金投入前的平均股價為 28，及投入後的股價為常態分配，則在顯著水準 0.05 之下，檢定「A 基金投入後的平均股價比投入前高」，是單母體平均數的 t 檢定 (即只使用投入後的資料進行檢定)，請問是否可以用 Excel 的「t 檢定：成對母體平均數差異檢定」之輸出結果 (即<表 3>) 來檢定？並依如下方式說明。(註：每題都要有答題過程)

- (1) 請寫出單母體 t 檢定的虛無假設與對立假設，並說明其與<表 3>的虛無假設與對立假設是否相同？(2 分)
- (2) 請寫出單母體 t 檢定的「自由度」，並說明其與<表 3>的「自由度」是否相同？(2 分)
- (3) 請寫出單母體 t 檢定的「t 統計」，並說明其與<表 3>的「t 統計」是否相同？(5 分)
- (4) 依據(1)至(3)的結果，請說明是否可以用 Excel 的「t 檢定：成對母體平均數差異檢定」檢定「A 基金投入後的平均股價比投入前高」？(2 分)

- 三、想要用市場報酬來預測電子報酬。隨機抽取過去 10 年的資料，在顯著水準 5% 及信心水準 (confidence level) 95% 下執行 Excel 的「迴歸」，獲得的輸出結果如 <表 4> 及 <圖 1>，試回答以下各問題：(共四十分)
- (一) 寫出簡單線性迴歸模式 (simple linear regression model) 及其基本假設？並以 <圖 1> 診斷這些假設是否符合 (註：要寫出診斷結果的理由)。(10 分)
 - (二) 解釋 <表 4> 中「R 平方」(即判定係數，determination) 的意義。(2 分)
 - (三) 完成 <表 4> 中(1)~(10)之答案 (提示：可運用「迴歸統計」的結果來計算，並寫出計算過程；計算時取到小數點後 4 位)。(10 分)
 - (四) 運用 <表 4> 寫出迴歸直線的最小平方估計值 (least squares estimates)，並依題意解釋二個估計的迴歸係數之意義。(6 分)
 - (五) 根據 <表 4> 中迴歸直線的斜率的 95% 信賴區間 (confidence interval) 寫出檢定「迴歸直線的斜率是否顯著不等於零」的結論。(2 分)
 - (六) 依據 <表 4> 中迴歸直線的斜率的 95% 信賴區間的上限 (upper confidence limit) 求出 t 分配表所對應的查表值。(2 分)
 - (七) 以 95% 的信心水準預測當市場報酬為 21 時，單一電子報酬的預測區間 (prediction interval)。(8 分)

附表及附圖

<表 1>

公司代號	1	2	3	4	5	6	7	8
投入前	16.6	19.3	24.5	26.8	31.3	33.5	43.3	52.8
投入後	15.5	20.5	26.5	28.5	33.8	35.2	45.5	54.5

<表 2>

	A	B	C	D	E	F
1	投入前	投入後		t 檢定：成對母體平均數差異檢定		
2	16.6	15.5				
3	19.3	20.5			投入前	投入後
4	24.5	26.5		平均數	31.013	32.5
5	26.8	28.5		變異數	148.144	163.854
6	31.3	33.8		觀察值個數	8	8
7	33.5	35.2		皮耳森相關係數	0.997	
8	43.3	45.5		假設的均數差	0	
9	52.8	54.5		自由度	7	
10				t 統計	-3.772	
11				P(T<=t) 單尾	0.003	
12				臨界值：單尾	1.895	
13				P(T<=t) 雙尾	0.007	
14				臨界值：雙尾	2.365	

<表 3>

	A	B	C	D	E	F
1	投入後	虛無假設		t 檢定：成對母體平均數差異檢定		
2	15.5	28				
3	20.5	28			投入後	虛無假設
4	26.5	28		平均數	32.5	28
5	28.5	28		變異數	163.854	0
6	33.8	28		觀察值個數	8	8
7	35.2	28		皮耳森相關係數	#DIV/0!	
8	45.5	28		假設的均數差	0	
9	54.5	28		自由度	7	
10				t 統計	0.994	
11				P(T<=t) 單尾	0.177	
12				臨界值：單尾	1.895	
13				P(T<=t) 雙尾	0.353	
14				臨界值：雙尾	2.365	

<表 4>

市場報酬(%)	電子報酬(%)	摘要輸出
7.08	4.62	
10.28	12.10	
11.60	13.86	
12.13	17.25	
13.24	15.84	
14.02	13.28	
15.05	13.75	
16.02	21.05	
17.81	22.18	
20.06	21.54	

迴歸統計	
R 的倍數	0.8862
R 平方	0.7854
調整的 R 平方	0.7586
標準誤	2.6188
觀察值個數	10

ANOVA					
	自由度	SS	MS	F	顯著值
迴歸	(1)	(4)	(7)	(9)	0.0006
殘差	(2)	(5)	(8)		
總和	(3)	(6)			

	係數	標準誤	t 統計	P-值	下限	95%上限	95%
截距	-1.6998	3.2931	-0.5162	0.6197	-9.2937	5.8942	
市場報酬(%)	1.2562	0.2322	(10)	0.0006	0.7209	1.7916	

<圖 1>

